

单元素养测评卷(一)

第一章

(时间:120分钟 分值:150分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 下列关系中正确的是 ()

- A. $\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$ B. $\sqrt{2} \notin \mathbb{R}$
 C. $0 \in \mathbb{N}^*$ D. $\pi \in \mathbb{Z}$

2. [2025·重庆巴蜀中学高一月考] 命题“ $\forall x \in [0, +\infty), x^3 + x \geq 0$ ”的否定是 ()

- A. $\forall x \in (-\infty, 0), x^3 + x < 0$
 B. $\exists x \in (-\infty, 0), x^3 + x < 0$
 C. $\exists x \in [0, +\infty), x^3 + x < 0$
 D. $\exists x \in [0, +\infty), x^3 + x \geq 0$

3. 已知集合 $M = \{1, -1\}$, $N = \{x | x^2 + x - 2 = 0\}$, 则 $M \cup N =$ ()

- A. $\{-1\}$ B. $\{-1, 1\}$
 C. $\{-1, 1, 2\}$ D. $\{-2, -1, 1\}$

4. “ $1 < x < 5$ ”是“ $2 < x < 4$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

5. 满足 $\{1\} \subseteq A \subsetneqq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 A 的个数为 ()

- A. 7 B. 8
 C. 15 D. 16

6. [2025·武汉二中高一月考] 已知条件 $p: |x+1| > 2$, 条件 $q: x > a$, 且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq 1$ B. $a \leq 1$
 C. $a \geq -1$ D. $a \leq -3$

7. 已知 $A = \{x | x^2 + px - 6 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + qx + 2 = 0\}$, 且 $A \cap (\complement_R B) = \{2\}$, 则 $p+q$ 的值为 ()

- A. 4 B. $\frac{5}{3}$
 C. $\frac{14}{3}$ D. 5

8. [2025·烟台高一期中] 若集合 U 的三个子集 A, B, C 满足 $A \subsetneqq B \subsetneqq C$, 则称 (A, B, C) 为集合 U 的一组“亲密子集”. 已知集合 $U = \{1, 2, 3\}$, 则 U 的所有“亲密子集”的组数为 ()

- A. 9 B. 12
 C. 15 D. 18

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,

有多项符合题目要求. 全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $1 \in A$ B. $\{-1\} \in A$
 C. $A \subseteq \{-1, 1\}$ D. $\emptyset \in A$

10. 下列结论中错误的是 ()

- A. “ $\forall n \in \mathbb{N}, 2n^2 + 5n + 2$ 能被2整除”是真命题
 B. “ $\forall n \in \mathbb{N}, 2n^2 + 5n + 2$ 不能被2整除”是真命题
 C. “ $\exists n \in \mathbb{N}, 2n^2 + 5n + 2$ 不能被2整除”是真命题
 D. “ $\exists n \in \mathbb{N}, 2n^2 + 5n + 2$ 能被2整除”是假命题

11. 对任意 $x > 0$, 都有 $mx + 1 > 0$ 成立的一个充分不必要条件可以是 ()

- A. $m > -1$ B. $m > 1$
 C. $m = 0$ D. $m > 2$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 试用列举法表示集合: $A = \{x | 3x - 1 \leq 11, x \in \mathbb{N}\} =$ _____.

13. 已知集合 A 中含有两个元素 $1, a$, 则实数 a 的取值范围是 _____;
 若 $a^2 \in A$, 则 $a =$ _____.

14. 已知 $\alpha: 1 \leq x \leq 3$, $\beta: m+1 \leq x \leq 2m+4$, $m \in \mathbb{R}$, 若 β 是 α 的必要不充分条件, 则 m 的取值集合是 _____.

四、解答题:本题共5小题,共77分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分) 集合 $A = \{x | 2 \leq x < 9\}$, $B = \{x | 1 < 3x - 14 < 16\}$.

- (1) 求 $A \cup B$;
 (2) 求 $(\complement_R A) \cap B$.

16. (15分)已知非空集合 $A = \{x \mid a - 1 \leq x \leq 2a + 3\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq 4\}$, 全集 $U = \mathbf{R}$.

(1)当 $a = 2$ 时,求 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$;

(2)若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 成立的充分不必要条件,求实数 a 的取值范围.

18. (17分)经调查,亚运会中球类、田径类、游泳类比赛深受学生喜爱. 小明统计了其所在班级 50 名同学观看球类、田径类、游泳类比赛的情况, 每人至少观看过其中一类比赛, 有 15 人观看过这 3 类比赛, 18 人没观看过球类比赛, 20 人没观看过田径类比赛, 16 人没观看过游泳类比赛, 因不慎将观看过其中两类比赛的人数的数据丢失, 记为 m , 求 m 的值.

19. (17分)若集合 A 中的元素都可以表示为某两个整数的平方和, 即 $A = \{x \mid x = m^2 + n^2, m \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Z}\}$, 则称集合 A 为“弦方集”.

(1)分别判断 5, 15, 25, 169 是否为弦方集中的元素;

(2)已知集合 A 为弦方集, 且 $a \in A$, 正整数 b 能表示为某个整数的平方, 证明: $ab \in A$;

(3)已知集合 A 为弦方集, 集合 $B = \{x \mid x = 4k + 3, k \in \mathbf{Z}\}$, 证明: $A \cap B = \emptyset$.

17. (15分)已知 $p: \forall x \in \{x \mid x \geq 1\}, a - 2x^2 \leq 0$. $q: \exists x \in \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}, x + a \geq 0$.

(1)写出 p, q 的否定;

(2)若 p, q 都是真命题,求实数 a 的取值范围.